

Hong Kong Mathematics Olympiad (2008 – 2009)

Heat Event (Group)

香港數學競賽 (2008 – 2009)

初賽項目(團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 若  $a$  是正整數及  $\frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)} + \cdots + \frac{1}{2008 \times 2009} = \frac{272}{30135}$ ，求  $a$  的值。

If  $a$  is a positive integer and  $\frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)} + \cdots + \frac{1}{2008 \times 2009} = \frac{272}{30135}$ , find the value of  $a$ .

2. 設  $x = 1 + \sqrt{2}$ ，求  $x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 10x - 6$  的值。

Let  $x = 1 + \sqrt{2}$ , find the value of  $x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 10x - 6$ .

3. 已知  $p$  和  $q$  為整數。若  $\frac{2}{p} + \frac{1}{q} = 1$ ，求  $p \times q$  的最大值。

Given that  $p$  and  $q$  are integers. If  $\frac{2}{p} + \frac{1}{q} = 1$ , find the maximum value of  $p \times q$ .

4. 已知  $0 \leq x \leq 180$ 。若方程  $\cos 7x^\circ = \cos 5x^\circ$  有  $r$  個不同的根，求  $r$  的值。

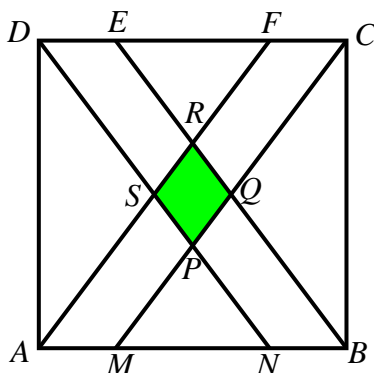
Given that  $0 \leq x \leq 180$ . If the equation  $\cos 7x^\circ = \cos 5x^\circ$  has  $r$  distinct roots, find the value of  $r$ .

5. 設  $x$ 、 $y$  及  $z$  為正整數且  $\sqrt{z - \sqrt{28}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ 。求  $x + y + z$  的值。

Let  $x$ ,  $y$  and  $z$  be positive integers and satisfy  $\sqrt{z - \sqrt{28}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ . Find the value of  $x + y + z$ .

6. 如圖一， $ABCD$  是一個正方形且  $AM = NB = DE = FC = 1$  cm 及  $MN = 2$  cm。設四邊形  $PQRS$  的面積為  $c$   $\text{cm}^2$ ，求  $c$  的最小值。

In Figure 1,  $ABCD$  is a square and  $AM = NB = DE = FC = 1$  cm and  $MN = 2$  cm. Let the area of quadrilateral  $PQRS$  be  $c$   $\text{cm}^2$ , find the value of  $c$ .



圖一

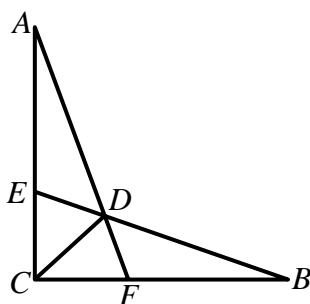
Figure 1

7. 已知  $x$  為實數且滿足  $2^{2x+8} + 1 = 32 \times 2^x$ ，求  $x$  的值。

Given that  $x$  is a real number and satisfies  $2^{2x+8} + 1 = 32 \times 2^x$ . Find the value of  $x$ .

8. 在圖 2 中， $\angle ACB$  為直角， $AC = BC = 14$  cm 及  $CE = CF = 6$  cm。若  $CD = d$  cm，求  $d$  的值。

In Figure 2,  $\angle ACB$  is a right angle,  $AC = BC = 14$  cm and  $CE = CF = 6$  cm. If  $CD = d$  cm, find the value of  $d$ .



圖二

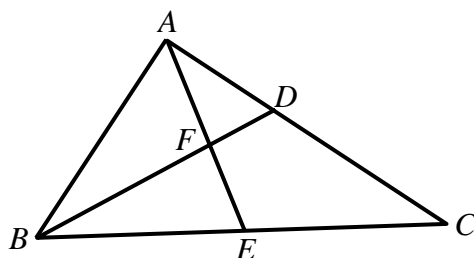
Figure 2

9. 若滿足  $\left| x^2 - 6x - 16 \right| - 10 = f$  的相異實數  $x$  恰有 6 個，求  $f$  的值。

If there are 6 different values of the real number  $x$  that satisfies  $\left| x^2 - 6x - 16 \right| - 10 = f$ , find the value of  $f$ .

10. 如圖三， $ABC$  是一三角形， $E$  是  $BC$  的中點， $F$  在  $AE$  上使得  $AE = 3AF$ 。  $BF$  的延線與  $AC$  相交於  $D$ 。已知  $\triangle ABC$  的面積為  $48 \text{ cm}^2$ 。設  $\triangle AFD$  的面積為  $g \text{ cm}^2$ ，求  $g$  的值。

In Figure 3,  $ABC$  is a triangle,  $E$  is the midpoint of  $BC$ ,  $F$  is a point on  $AE$  where  $AE = 3AF$ . The extension segment of  $BF$  meets  $AC$  at  $D$ . Given that the area of  $\triangle ABC$  is  $48 \text{ cm}^2$ . Let the area of  $\triangle AFD$  be  $g \text{ cm}^2$ , find the value of  $g$ .



圖三

Figure 3